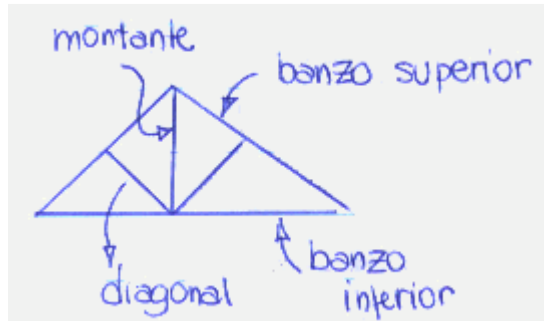


TRELIÇAS

São estruturas formadas por barras ligadas por articulações as quais trabalham predominantemente sob a ação de forças normais.

Ex.:

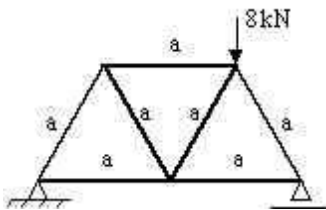


Hipóteses admitidas nos processos de cálculo:

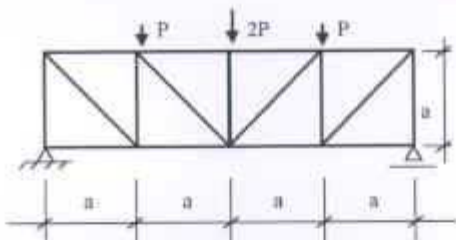
- As barras se ligam aos nós através de articulações perfeitas;
- As cargas e as reações de vínculo aplicam-se apenas nos nós das treliças;
- O eixo das barras coincidem com as retas que unem os nós.

Exercícios: Calcule os esforços normais nas barras das treliças

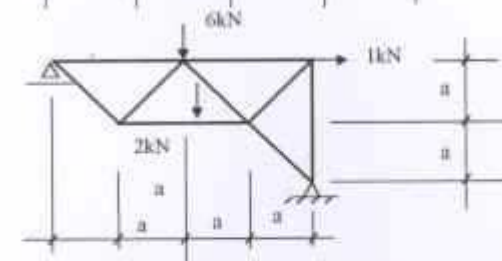
1.-



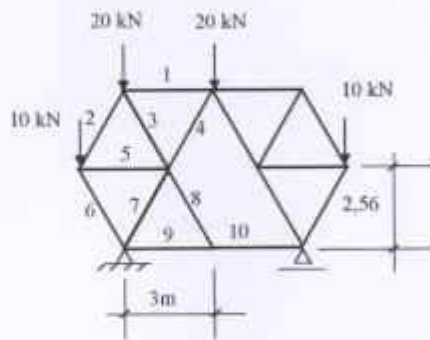
2.-



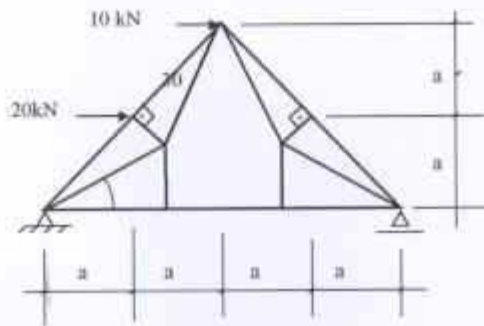
3.



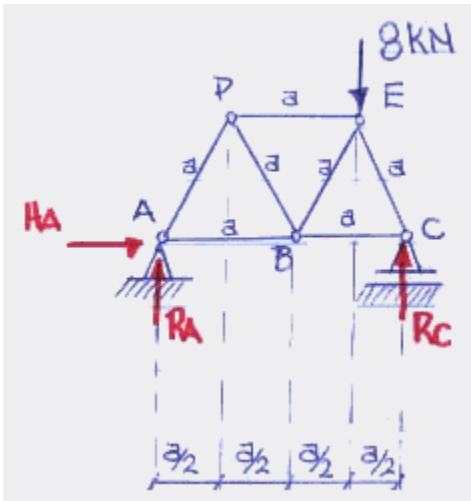
4.



5.



Exercício 1



$$1) \sum M_{(A)} = 0 = 8 \cdot 3 \cdot a/2 - R_C \cdot 2 \cdot a$$

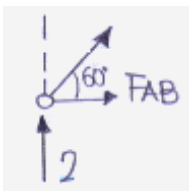
$$\Rightarrow R_C = 6 \text{ kN}$$

$$2) \sum F_V = 0 = R_A - 8 + R_C$$

$$\Rightarrow R_A = 2 \text{ kN}$$

$$3) \sum F_H = 0 = H_A$$

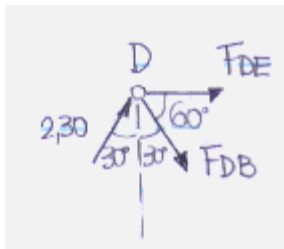
4) Nó A:



$$a) 2 + F_{AD} \cdot \sin 60^\circ = 0 \Rightarrow F_{AD} = -2,30 \text{ kN}$$

$$b) F_{AD} \cdot \cos 60^\circ + F_{AB} = 0 \Rightarrow F_{AB} = 1,15 \text{ kN}$$

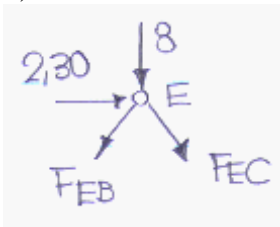
5) Nó D:



$$a) 2,30 \cdot \cos 30^\circ - F_{DB} \cdot \cos 30^\circ = 0 \Rightarrow F_{DB} = 2,30 \text{ kN}$$

$$b) 2,30 \cdot \cos 60^\circ + F_{DB} \cdot \sin 30^\circ + F_{DE} = 0 \Rightarrow F_{DE} = -2,30 \text{ kN}$$

6) Nó E:



$$a) 2,30 - F_{EB} \cdot \cos 60^\circ + F_{EC} \cdot \cos 60^\circ = 0$$

$$\Rightarrow F_{EC} - F_{EB} = -4,60$$

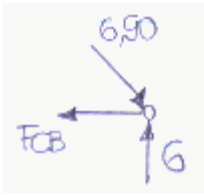
$$b) -8 - F_{EB} \cdot \cos 30^\circ - F_{EC} \cdot \cos 30^\circ = 0$$

$$\Rightarrow -F_{EC} - F_{EB} = 9,25$$

$$\text{De (a) e (b)} \Rightarrow F_{EB} = -2,30 \text{ kN} \quad e \quad F_{EC} = -6,90 \text{ kN}$$

7) Nó C:

$$6,90 \cdot \cos 60^\circ - F_{CB} = 0 \Rightarrow F_{CB} = 3,45 \text{ kN}$$



8) Nó B: (verificação)

$$a) \sum F_H = -1,15 - 2,30 \cdot \cos 60^\circ - 2,30 \cdot \cos 60^\circ + 3,45 = 0$$

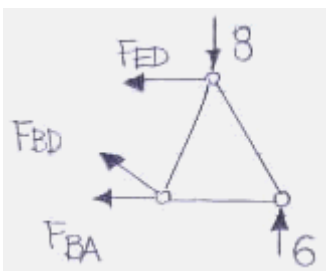
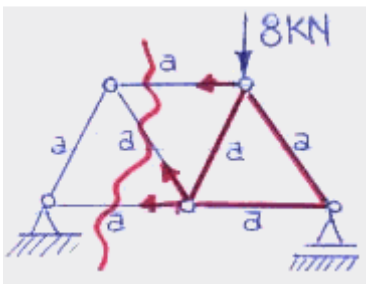


$$b) \sum F_V = 2,30 \cdot \sin 60^\circ - 2,30 \cdot \sin 60^\circ = 0$$

PROCESSO DE RITTER

Cortar a estrutura em apenas três barras não concorrentes, não concorrentes, não paralelas e calcular as forças necessárias para equilibrar os cortes.

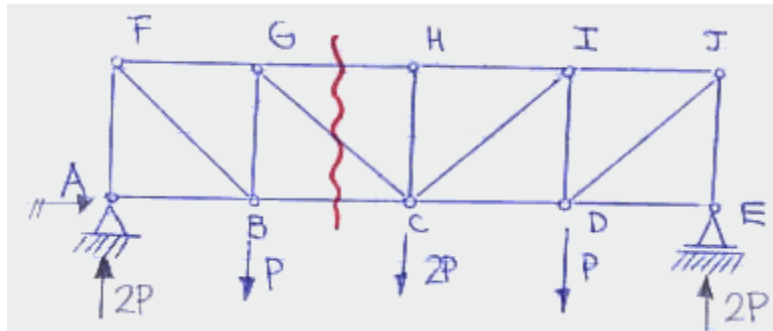
EXEMPLO



$$\sum F_V = 0 = F_{BD} \cdot \cos 30^\circ - 8 + 6$$

$$F_{BD} = 2,30$$

Exercício 2



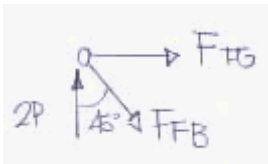
1) Nó A:



a) $F_{AB} = 0$

b) $2.P + F_{AF} = 0 \Rightarrow F_{AF} = -2.P$

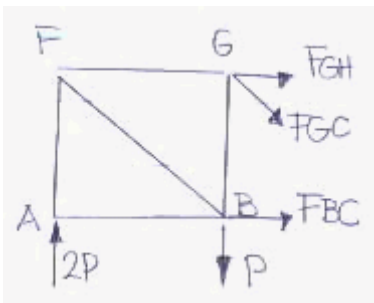
2) Nó F:



a) $2.P - F_{FB} \cdot \cos 45^\circ = 0 \Rightarrow F_{FB} = 2,8 P$

b) $F_{FG} + F_{FB} \cdot \cos 45^\circ = 0$

3)



a) $\sum M_{(G)} = 0 = 2.P \cdot a - F_{BC} \cdot a$

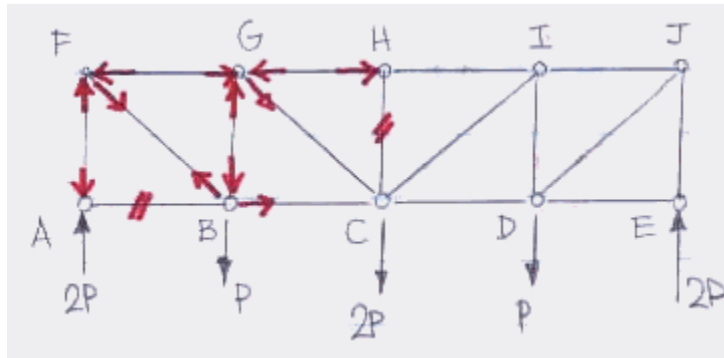
$\Rightarrow F_{BC} = 2.P$

b) $\sum F_V = 0 = 2.P - P - F_{GC} \cdot \cos 45^\circ$

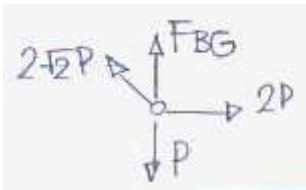
$\Rightarrow F_{GC} = 1,4 P$

c) $\sum F_H = 0 = F_{BC} + F_{GH} + F_{GC} \cdot \cos 45^\circ$

$\Rightarrow F_{GH} = -3.P$



4) Nó B:



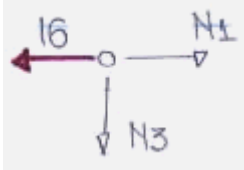
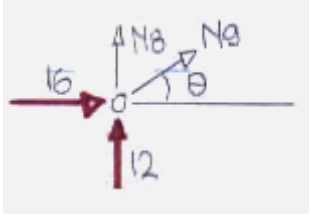
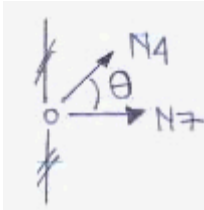
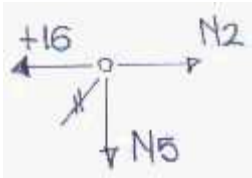
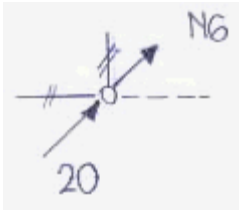
$$\sum F_{BC} = 0 = -P + 2,8 P \cdot \cos 45^\circ + F_{BG}$$

$$\Rightarrow F_{BG} = -P$$

Exercício 3

- 1) $\sum F_V = 0 = V_F - 12 \Rightarrow V_F = 12 \text{ kN}$
- 2) $\sum M_F = 0 = -H_A \cdot 6 - 12 \cdot 8$
 $\Rightarrow H_A = -16 \text{ kN}$
- 3) $\sum F_H = 0 = H_A + H_F \Rightarrow H_F = 16 \text{ kN}$

	N (kN)
1	+16
2	+16
3	0
4	0
5	0

	6	-20
	7	0
	8	0
	9	-20
4) Nó A:	 <p>a) $N_3 = 0$ b) $N_1 = 16$</p>	
5) Nó F:	 <p>a) $16 - N_9 \cdot \cos \theta = 0 \Rightarrow N_9 = -20$ b) $12 + N_8 + N_9 \cdot \sin \theta = 0 \Rightarrow N_8 = 0$</p>	
6) Nó D:	 <p>a) $N_4 \cdot \sin \theta = 0 \Rightarrow N_4 = 0$ b) $N_4 \cdot \cos \theta + N_7 = 0 \Rightarrow N_7 = 0$</p>	
7) Nó B:	 <p>a) $N_2 - 16 = 0 \Rightarrow N_2 = +16$ b) $N_5 = 0$</p>	
8) Nó E:	 <p>a) $N_6 = -20$</p>	

9) Verificação no nó C:

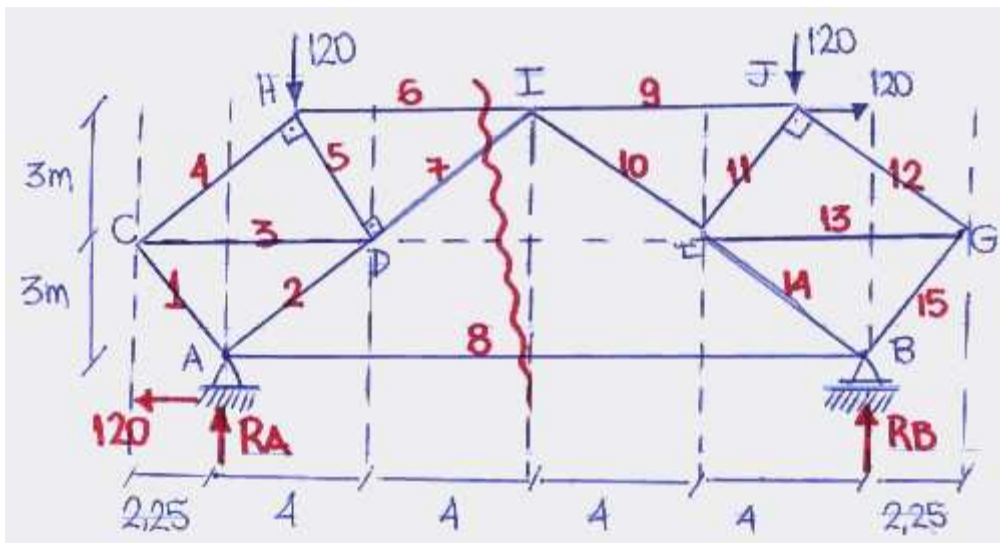


a) $-12 + 20 \cdot \sin \theta = 0 \Rightarrow \text{OK!}$

b) $-16 + 20 \cdot \cos \theta = 0 \Rightarrow \text{OK!}$

-

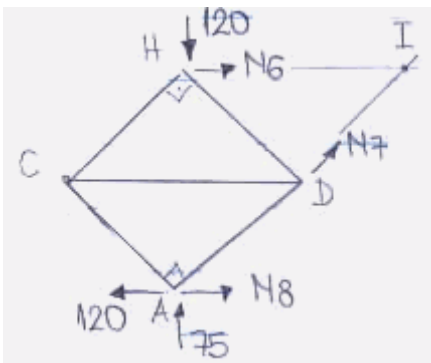
Extra



1) $\sum M_{(A)} = 0 = -120 \cdot 1,75 - 120 \cdot 14,25 - 120 \cdot 6 + R_B \cdot 16 \Rightarrow R_B = 165 \text{ kN}$

2) $\sum F_V = 0 = R_A - 120 - 120 + R_B \Rightarrow R_A = 75 \text{ kN}$

3)



a) $\sum M_{(I)} = 0 = 120 \cdot 6,25 - 120 \cdot 6 - 75,8$

$+ N_8 \cdot 6$

$\Rightarrow N_8 = 95 \text{ kN}$

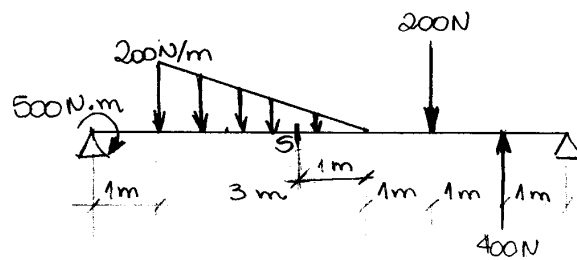
4) $\sum M_{(A)} = 0 = -120 \cdot 1,75 - N_6 \cdot 6 \Rightarrow N_6 = -35 \text{ kN}$

$$5) \sum F_H = 0 = -120 + N_8 + N_6 + N_7 \cos \theta \Rightarrow N_7 = 75 \text{ kN}$$

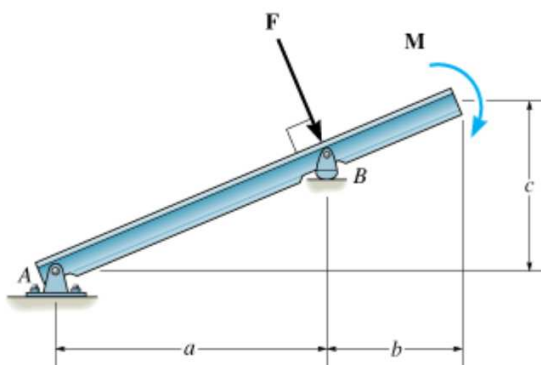
Nome:

ATENÇÃO: Apresentar o desenvolvimento da questão de forma organizada e fornecer as respostas empregando pelo menos 3 algarismos significativos.

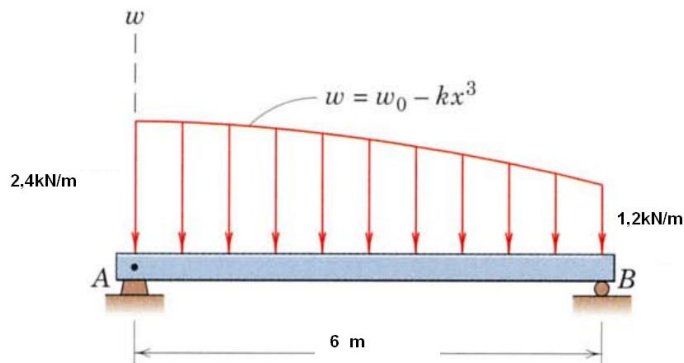
1) Reduzir o sistema de forças apresentado abaixo ao ponto S:



2) Desenhar o diagrama de corpo livre da viga, que é conectada por um pino em A e por um balancim em B:

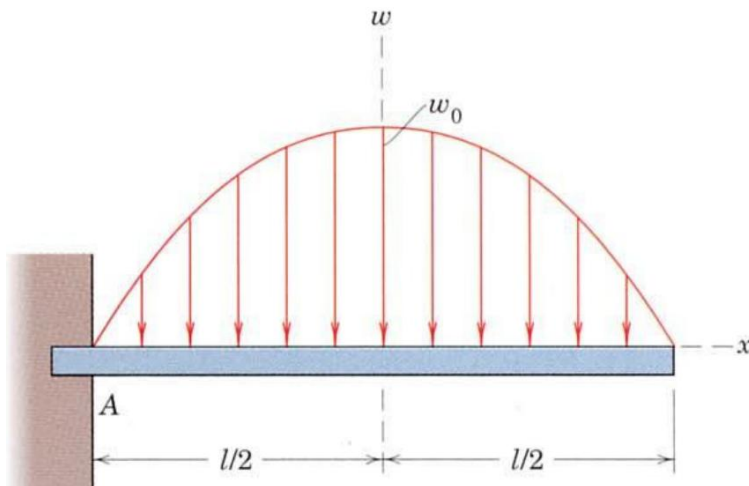


1. Uma viga está submetida ao carregamento distribuído mostrado. Calcular as reações nos apoios A e B .



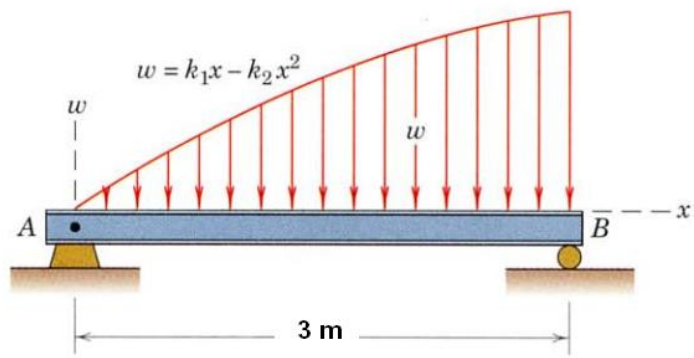
2. A viga em balanço mostrada na figura está submetida a uma carga distribuída parabólica $w = ax^2 + bx + c$ onde x tem origem no apoio A da viga e a , b e c são constantes. Sabendo que a carga é simétrica em relação à metade do vão da viga, determinar:

- (a) as reações de apoio;
 (b) os esforços na seção do meio do vão ($x = l/2$).



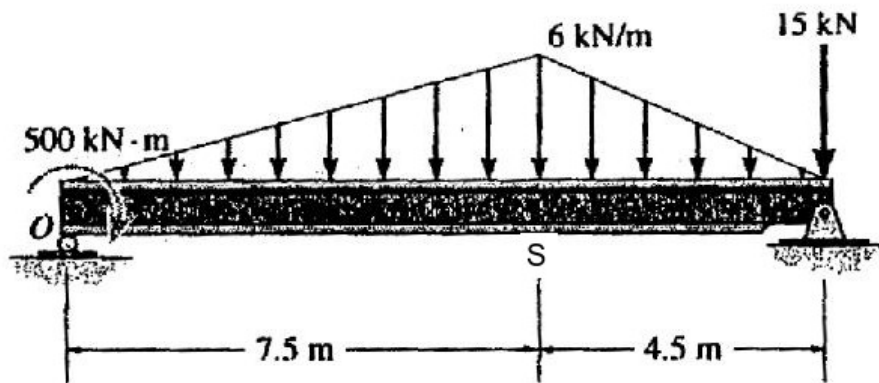
3. A carga por metro de comprimento da viga varia como mostrado. Para $x = 3$, a carga vale $w = 3,6 \text{ kN/m}$. Em $x = 0$, a carga está aumentando em uma taxa de 2000 N/m por metro. Calcular:

- (a) as reações de apoio;
 (b) os esforços na seção do meio do vão ($x = 1,5 \text{ m}$).



Nome: _____

Reduzir o sistema de forças e momentos aplicados na viga abaixo para o ponto S indicado
Calcular as reações nos apoios



Nome:

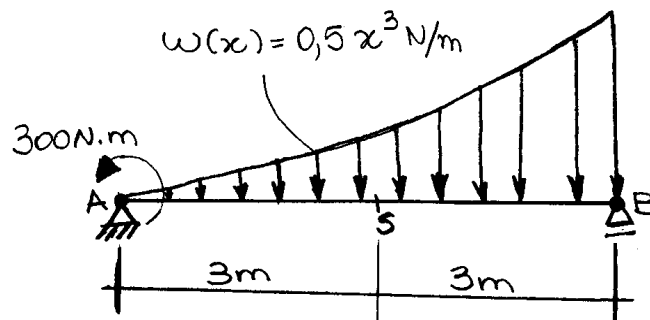
ATENÇÃO: Apresentar o desenvolvimento da questão de forma organizada e fornecer as respostas empregando pelo menos 3 algarismos significativos.

Sabendo que a força resultante F_R de um carregamento distribuído e sua posição \bar{x} em relação à origem são dados por

$$F_R = \int_A dA \quad \text{e} \quad \bar{x} = \frac{\int_A x \cdot dA}{\int_A dA} ,$$

pede-se:

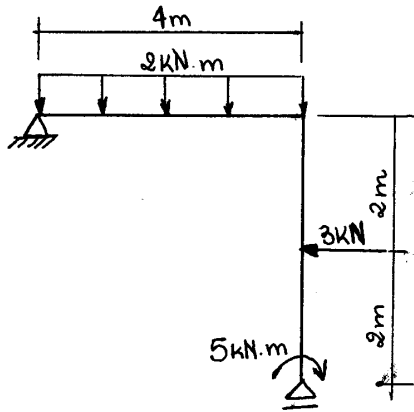
- 1) Calcular o valor das reações de apoio, indicando também direção e sentido;
- 2) Reduzir o sistema de forças, incluindo as forças de reação, ao ponto S.



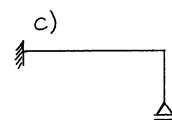
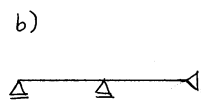
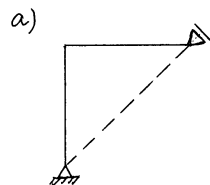
Nome:

ATENÇÃO: Apresentar o desenvolvimento da questão de forma organizada e fornecer as respostas empregando pelo menos 3 algarismos significativos.

1) Calcular o valor das reações de apoio, indicando também direção e sentido;

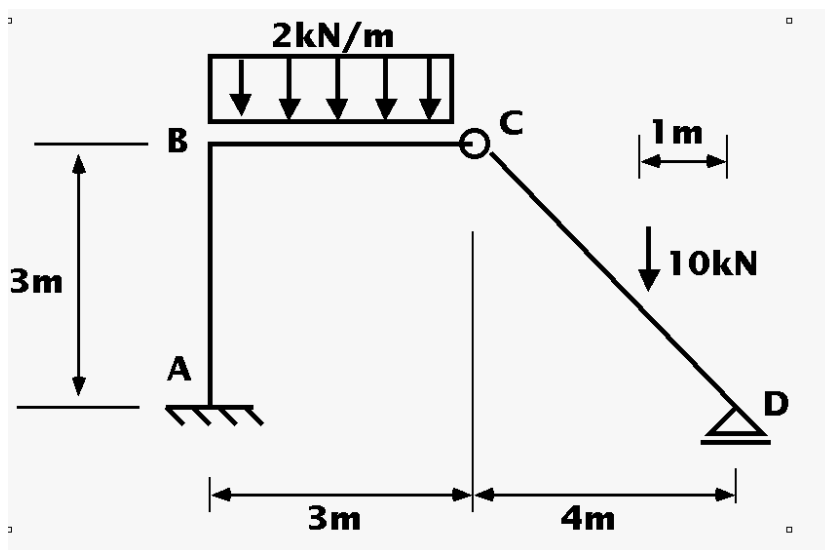


2) Fazer o Diagrama de Corpo Livre (com as reações de apoio) e classificar quanto à estaticidade, justificando cada caso.



Nome: _____

Calcular as reações de apoio da estrutura plana abaixo, cujos apoios são: um engaste em A e um apoio do primeiro gênero em D. Notar que o trecho ABC é conectado à barra CD por uma rótula.



Nome: _____

Favor mostrar o desenvolvimento das questões de forma organizada.

O equilíbrio da treliça plana abaixo é garantido pelo apoio do segundo gênero em C e pelo cabo AB.

- a) Desenhar o diagrama de corpo livre da estrutura;
- b) Calcular as reações de apoio da estrutura.

Dados:

$$a=4\text{m}; b=3\text{m}; \theta=30^\circ$$

$$F_1=F_2=5\text{kN}$$

